



12º COLÓQUIO DE USINAGEM

02 e 03 de outubro de 2008

Uberlândia - MG

Universidade Federal de Uberlândia  
Faculdade de Engenharia Mecânica



## TORNEAMENTO DO AÇO ENDURECIDO AISI 52100: OTIMIZAÇÃO DE MÚLTIPLAS RESPOSTAS SOB A ABORDAGEM DO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO MULTIVARIADO

### **Emerson José de Paiva**

Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI  
Caixa Postal 50 – CEP 37500-903 – Itajubá, MG  
emersonjpaiva@gmail.com

### **João Roberto Ferreira**

Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI  
jorofe@unifei.edu.br

### **Anderson Paulo de Paiva**

Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI  
andersonppaiva@yahoo.com.br

### **Sebastião Carlos da Costa**

Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI  
sccosta@unifei.edu.br

### **Pedro Paulo Balestrassi**

Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI  
ppbalestrassi@gmail.com

**Resumo:** O torneamento do aço endurecido é um dos processos da manufatura moderna que tem recebido especial atenção, devido à sua elevada complexidade e ao grande número de variáveis de processo envolvidas – expressas em termos de múltiplas características que podem estar correlacionadas. Buscar o equacionamento dessas variáveis sem considerar essa correlação pode conduzir a parâmetros inadequados de configuração. O Erro Quadrático Médio Multivariado é uma abordagem multiobjetiva adotada para otimizar tais parâmetros, respeitando a existência da correlação entre as respostas. Um processo de torneamento do aço endurecido AISI 52100 foi utilizado para avaliar o desempenho da proposta. Os parâmetros adotados foram Velocidade de Corte ( $V$ ), Avanço ( $f$ ) e Profundidade de Corte ( $d$ ) e os resultados obtidos ( $V = 217,736$ ;  $f=0,0863$ ;  $d=0,3424$ ) foram suficientes para considerar o método adequado à otimização simultânea de múltiplas características correlacionadas.

**Palavras-chave:** Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM), Metodologia de Superfície de Respostas (MSR), torneamento de aço endurecido, Análise de Componentes Principais (ACP).

## 1. INTRODUÇÃO

Encontrar uma condição ótima para operação de um processo que o viabilize ou que produza resultados com consideráveis melhorias é o objetivo dos métodos de otimização. Através de algoritmos de modelagem, aliados a ferramentas e metodologias estatísticas diversas, busca-se estabelecer funções de transferência entre os dados e as variáveis de controle, viabilizando a determinação do ponto ótimo.

Na grande maioria dos processos, a qualidade não pode ser avaliada por apenas uma característica funcional (MYERS e MONTGOMERY, 1995) e a análise individual de um experimento com múltiplas respostas podem conduzir a análises univariadas a conclusões sem sentido

(KHURI e CORNELL, 1996). A quase totalidade das pesquisas em otimização que utilizam alguma metodologia experimental para múltiplas respostas, trata as respostas de forma isolada na fase de construção dos modelos de regressão. Este processo pode ser ineficiente, especialmente se as respostas forem fortemente correlacionadas.

Para tratamento adequado destes relacionamentos, uma abordagem combinada de diversas metodologias estatísticas, aplicadas a problemas do tipo NTB (*Nominal-the-best*), buscando a minimização das distâncias entre as respostas e seus respectivos alvos e variâncias, foi proposto por Paiva (2008). Utilizando esta abordagem, este trabalho apresenta a otimização de múltiplas características correlacionadas do processo de torneamento do aço endurecido AISI 52100.

## 2. ERRO QUADRÁTICO MÉDIO MULTIVARIADO

O objetivo principal do Erro Quadrático Médio Multivariado é a busca pela minimização da distância entre uma determinada resposta em relação a seu alvo ( $T$ ) e a minimização de sua variância. Segundo Vining e Myers (1990), para se alcançar esses objetivos, geralmente se utiliza a Metodologia de Superfície Dual, como forma de se atingir os alvos propostos para cada característica de qualidade envolvida, baseado numa superfície de resposta para a média ( $\omega_\mu$ ) e outra para a variância ( $\omega_\sigma$ ). Segundo Vining e Myers (1990) e Lin e Tu (1995), essas funções podem ser combinadas, através da minimização do Erro Quadrático Médio (EQM), como critério de otimização simultânea de média e variância, conforme demonstra a Eq.(1).

$$EQM = (\hat{\omega}_\mu - T)^2 + \hat{\omega}_\sigma^2 \quad (1)$$

Segundo Paiva (2008), a otimização de múltiplas respostas pode ser obtido através da aplicação do Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM), que é uma adaptação ao EQM, capaz de considerar adequadamente a estrutura de correlação existente entre as respostas de interesse. A partir de combinações entre a Metodologia de Superfície de Resposta e a Análise de Componentes Principais, chega-se a uma superfície de resposta ajustada para os escores dos componentes principais, sobre os quais se aplica, então, o EQMM.

### 2.1 Projeto e Análise de Experimentos (DOE)

Projeto e Análise de Experimentos é uma metodologia considerada como uma das principais ferramentas de melhoria de processos. Montgomery (2001) afirmou que para se avaliar a magnitude de várias fontes de variação que influenciam um processo, um projeto de experimentação deve ser elaborado, iniciando com a identificação e seleção dos fatores que possam contribuir para a variação, procedendo-se, em seguida, à seleção de um modelo que inclua os fatores escolhidos e planejando experimentos eficientes para estimar seus efeitos.

Uma vez selecionados os fatores e seus respectivos níveis, gera-se uma combinação desses fatores sob a forma de arranjos experimentais, sendo o fatorial completo o mais comum. No caso típico de fatoriais em dois níveis, o número de experimentos é dado por  $N=2^k$ . Fatoriais completos cobrem todo o espaço experimental. Entretanto, devido ao seu crescimento exponencial, arranjos com grande número de fatores podem tornar um processo de experimentação inviável e frações do experimento podem ser utilizadas, sem comprometer a detecção da presença de fatores influentes.

### 2.2 Metodologia de Superfície de Resposta (MSR)

A Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) é uma coleção de ferramentas matemáticas e estatísticas utilizada para modelar e analisar problemas, que são influenciadas por inúmeras variáveis e para as quais desejamos respostas (MONTGOMERY, 2001). Geralmente, o relacionamento entre as variáveis dependentes e independentes é desconhecido e o que se procura é

encontrar uma razoável aproximação do relacionamento real entre as respostas ( $y$ ) e o conjunto de variáveis independentes ( $x$ ). Para uma região de interesse sem curvatura, um polinômio de baixa ordem é, geralmente, empregado. Entretanto, se existir curvatura no sistema, então a função de aproximação mais usada é um polinômio de ordem superior, como o modelo de segunda ordem apresentado pela Eq. (2):

$$\hat{\sigma} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (2)$$

Onde  $\beta$  é o coeficiente polinomial,  $K$  é o número de fatores e  $\varepsilon$  é o erro.

Os parâmetros  $\beta$  do modelo podem ser estimados através do método dos Mínimos Quadrados Ordinários (Ordinary Least Squares – OLS) que, em forma matricial, podem ser representados como a Eq. (3):

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (3)$$

Onde  $X$  é a matriz de fatores codificados e  $Y$  é a resposta.

### 2.3 Análise de Componentes Principais (ACP)

A Análise de Componentes Principais é uma técnica estatística multivariada que se dedica à explicação da estrutura de variância-covariância existente em um conjunto de dados, utilizando-se combinações lineares das variáveis originais, com o objetivo de se reduzir a dimensionalidade de vetores de entradas ou de saídas em determinados equacionamentos (JOHNSON E WICHERN, 2002) e facilitar sua interpretação, uma vez que, segundo Rencher (2002), ela revela relacionamentos que não seriam previamente identificados com o conjunto original.

A idéia básica da ACP é que, embora  $p$  componentes sejam necessários para se reproduzir a variabilidade total de um sistema de interesse, em geral, grande parte desta variabilidade pode ser representada por um pequeno grupo de  $k$  componentes principais. Assim, o conjunto original de dados pode ser reduzido a poucos componentes principais, os quais dependem somente da matriz de variância-covariância  $\Sigma$  ou da matriz de correlação  $\rho$  das variáveis  $X_1, X_2, \dots, X_p$ .

Seja o vetor aleatório  $X^T = [X_1, X_2, \dots, X_p]$ , cuja matriz de variância-covariância  $\Sigma$  possua autovalores  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$ . O primeiro componente principal ( $PC_1$ ), segundo a definição de Johnson e Wichern (2002), é a combinação linear que possuir a máxima variância. Genericamente, o  $i$ -ésimo componente principal será a combinação linear  $\ell_i^T X$  que resultar das Eq. (4), (5) e (6):

$$\text{Maximizar } \text{Var}(\ell_i^T X) \quad (4)$$

$$\text{Sujeito a: } \ell_i^T \ell_i = 1 \quad (5)$$

$$\text{Cov}(\ell_i^T X, \ell_k^T X) = 0 \quad \text{para } k < i \quad (6)$$

Um conjunto de variáveis originais pode ser substituído por combinações lineares na forma de “escores” do componente principal. Desta maneira, assumindo-se  $x_{pn}$  como sendo uma observação aleatória,  $\bar{x}_p$  a  $p$ -ésima resposta média,  $\sqrt{s_{pp}}$  o desvio padrão,  $p$  a resposta e  $[E]$  como sendo os autovetores do conjunto multivariado, tem-se como resultado:

$$PC_{score} = [Z][E] \quad (7)$$

Os métodos mais utilizados para estimativa do número de componentes principais significantes são aqueles baseados nos critérios de Kaiser (JOHNSON E WICHERN, 2002). De acordo com esses critérios, o autovalor do componente principal deve ser maior que um para representar o conjunto original. Além disso, a variância acumulada explicada deve ser superior a 80%.

## 2.4 Modelagem do Erro Quadrático Médio Multivariado

A otimização baseada no EQM é representada pela Eq. (1). Entretanto, para adequação à proposta do EQMM, e para o tratamento de um único componente principal, essa equação deve ser modificada, conforme demonstra a Eq. (8).

$$\text{Minimizar } EQMM_{PC} = (PC_i - T_{PC_i})^2 + \lambda_{PC_i} \quad (8)$$

$$\text{sujeito a : } x^T x \leq \rho^2 \quad (9)$$

Onde,  $PC_i$  é o arranjo experimental em termos de componentes principais,  $\lambda_{PC_i}$  é o autovalor do  $i$ -ésimo componente principal e  $x^T x \leq \rho^2$  é a restrição do espaço experimental para regiões esféricas (no caso de se utilizar um CCD). Finalmente, para otimização simultânea de média e variância de mais de um componente principal, uma nova modificação deve ser realizada na Eq. (8), resultando na Eq. (10).

$$\text{Minimizar } \left[ \prod_{i=1}^n (EQMM_{PC_i} | \lambda_i \geq 1) \right]^{\frac{1}{n}} \quad (10)$$

$$\text{sujeito a : } x^T x \leq \rho^2 \quad (11)$$

Onde  $n$  é o número de funções EQMM consideradas de acordo com os componentes principais significativos, determinados segundo os critérios de Kaiser.

## 3. IMPLEMENTAÇÃO DO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO MULTIVARIADO

Para avaliar o desempenho do método EQMM, o mesmo foi aplicado a um processo de torneamento do aço endurecido AISI 52100, para o qual se adotou um procedimento experimental utilizando-se um torno CNC com 5.5KW de potência e insertos de cerâmica mista (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> + TiC), classe Sandvik Coromant CC6050, recoberta por TiN e geometria ISO CNGA 120408 S01525. Um suporte com geometria negativa ISO, código DCLNL 1616H12 e ângulo de entrada  $\chi r = 95^\circ$  foi utilizado. Os corpos de prova foram usinados adotando-se os parâmetros de catálogo (Tabela 1).

Tabela 1 – Parâmetros de usinagem do aço AISI 52100

Parâmetro	Símbolo	Unidade	Níveis (Codificados)				
			-1,633	-1	0	+1	+1,633
Velocidade de Corte	$V$	m/min	187,34	200	220	240	252,66
Avanço	$f$	mm/rev	0,0342	0,050	0,075	0,100	0,1158
Profundidade de Corte	$d$	mm	0,1025	0,150	0,225	0,300	0,3475

O experimento foi conduzido através de um arranjo experimental (CCD), construído a partir dos parâmetros demonstrados na Tabela 2. Desse conjunto, as respostas vida da ferramenta ( $T$ ), rugosidade ( $Ra$ ) e tempo de corte ( $Ct$ ) foram observadas. As demais respostas foram calculadas segundo as equações descritas em Paiva et al. (2007), e são elas: custo total ( $Kp$ ), tempo total de usinagem ( $Tt$ ) e taxa de remoção de material ( $MRR$ ).

Tabela 2 – Experimento de confirmação: parâmetros de usinagem e respostas para CCD

Nº.	B	V	f	d	T	C <sub>t</sub>	T <sub>t</sub>	K <sub>p</sub>	MRR	R <sub>a</sub>	PC <sub>1</sub>	PC <sub>2</sub>
1	1	200	0,05	0,15	16,75	7,70	8,82	17,59	1,50	0,33	4,27	-0,59
2	1	240	0,05	0,15	11,50	6,41	7,63	17,26	1,80	0,28	3,01	0,24
3	1	200	0,1	0,15	9,85	3,85	4,90	11,49	3,00	0,70	-0,22	-1,79
4	1	240	0,1	0,15	8,50	3,21	4,24	10,45	3,60	0,57	-0,74	-0,73
5	1	200	0,05	0,3	11,50	3,85	4,84	10,71	3,00	0,25	0,70	1,10
6	1	240	0,05	0,3	7,45	3,21	4,30	11,20	3,60	0,42	-0,50	0,25
7	1	200	0,1	0,3	8,20	1,92	2,82	6,74	6,00	0,57	-2,50	-0,41
8	1	240	0,1	0,3	6,25	1,60	2,52	6,62	7,20	0,61	-3,31	-0,55
9	1	220	0,075	0,225	8,60	3,11	4,13	10,10	3,71	0,36	-0,48	0,63
10	1	220	0,075	0,225	6,80	3,10	4,23	11,44	3,71	0,42	-0,63	0,29
11	2	187,34	0,075	0,225	10,10	3,65	4,67	10,82	3,16	0,34	0,23	0,58
12	2	252,66	0,075	0,225	7,60	2,71	3,72	9,49	4,26	0,45	-1,18	0,18
13	2	220	0,0342	0,225	17,50	6,82	7,87	15,45	1,69	0,32	3,64	-0,36
14	2	220	0,1158	0,225	7,20	2,01	2,95	7,49	5,73	0,72	-2,70	-1,41
15	2	220	0,075	0,1025	12,00	6,82	8,05	17,96	1,69	0,36	3,24	-0,40
16	2	220	0,075	0,3475	6,70	2,01	2,97	7,78	5,73	0,31	-1,97	1,30
17	2	220	0,075	0,225	7,20	3,09	4,20	11,09	3,71	0,37	-0,54	0,61
18	2	220	0,075	0,225	9,10	3,11	4,11	9,82	3,71	0,29	-0,33	1,07
				Média:	9,600	3,788	4,832	11,306	3,711	0,425	0,000	0,000
				Desvio Padrão:	3,244	1,861	1,931	3,553	1,607	0,145	2,213	0,848
				Alvo ( $\zeta_{PC_i}$ ):	6,500	1,600	2,600	7,300	6,300	0,400	<b>-2,560<sup>(1)</sup></b>	<b>0,786</b>
				Z:	-0,956	-1,175	-1,156	-1,127	1,611	-0,172	-	-

<sup>(1)</sup> – obtido pela aplicação da Eq.(7)

A Tabela 3 apresenta o modelo quadrático completo em relação à média. Para a variância, entretanto, foram armazenados os resíduos dos modelos das médias, e implementados todos os passos descritos por Plante (2001) e Köksalan e Plante (2003) para derivação da equação de variância, resultando no modelo quadrático completo, conforme a Tabela 4.

Tabela 3 – AISI 52100: modelo quadrático completo para cada resposta em relação à média

	T	C <sub>t</sub>	T <sub>t</sub>	K <sub>p</sub>	MRR	R <sub>a</sub>
Constante	7,9678	3,1160	4,1802	10,6218	3,7098	0,3563
V <sub>c</sub>	-1,2512	-0,3319	-0,3181	-0,2379	0,3372	0,0165
f <sub>n</sub>	-2,3415	-1,3834	-1,4358	-2,5844	1,2373	0,1360
a <sub>p</sub>	-1,6391	-1,3834	-1,4554	-2,8608	1,2373	-0,0084
V <sub>c</sub> <sup>2</sup>	0,2345	-0,0065	-0,0231	-0,1961	0,0006	0,0228
f <sub>n</sub> <sup>2</sup>	1,5470	0,4567	0,4325	0,2970	0,0006	0,0697
a <sub>p</sub> <sup>2</sup>	0,4220	0,4567	0,4700	0,8220	0,0006	0,0003
V <sub>c</sub> ×f <sub>n</sub>	0,7500	0,1213	0,0963	-0,1650	0,1125	-0,0263
V <sub>c</sub> ×a <sub>p</sub>	0,0750	0,1213	0,1263	0,2175	0,1125	0,0500
f <sub>n</sub> ×a <sub>p</sub>	0,6750	0,4388	0,4388	0,5450	0,4125	-0,0175

Tabela 4 – AISI 52100: modelo quadrático completo para cada resposta em relação à variância

	T	C <sub>t</sub>	T <sub>t</sub>	K <sub>p</sub>	MRR	R <sub>a</sub>
Constante	0,9422	0,0181	0,0516	0,6591	-0,0031	0,0372
V <sub>c</sub>	0,0913	0,0149	0,0055	-0,0249	0,0002	-0,0098
f <sub>n</sub>	-0,1373	-0,0353	-0,0281	0,0249	0,0001	0,0083

$a_p$	0,0350	-0,0353	-0,0399	-0,0249	0,0001	0,0031
$V_c^2$	-0,0945	0,0133	0,0000	-0,1584	0,0091	-0,0041
$f_n^2$	0,1054	0,0376	0,0146	-0,1719	0,0091	-0,0064
$a_p^2$	-0,2956	0,0376	0,0326	-0,1052	0,0091	-0,0064
$V_c \times f_n$	-0,2764	-0,0339	-0,0272	-0,0139	0,0002	-0,0042
$V_c \times a_p$	-0,1776	-0,0339	-0,0272	0,0865	0,0002	-0,0042
$f_n \times a_p$	0,0365	0,0339	0,0314	-0,0718	0,0003	0,0042

Como requisito inicial para a implementação do método EQMM (PAIVA, 2008), realizou-se uma análise de correlação sobre a superfície de respostas, conforme demonstra a Figura 1.

	T	Ct	Tt	Kp	MRR
Ct	0,899 0,000				
Tt	0,885 0,000	0,999 0,000			
Kp	0,776 0,000	0,971 0,000	0,979 0,000		
MRR	-0,772 0,000	-0,894 0,000	-0,900 0,000	-0,917 0,000	
Ra	-0,420 0,082	-0,471 0,048	-0,475 0,047	-0,483 0,042	0,540 0,021

Figura 1 – EQMM: estrutura de correlação entre as respostas do caso AISI 52100

Observou-se haver forte correlação entre  $T$  e  $Ct$ ,  $Tt$ ,  $Kp$  e  $MRR$ ; entre  $Ct$  e  $Tt$ ,  $Kp$  e  $MRR$ ; entre  $Tt$  e  $Kp$  e  $MRR$ ; e entre  $Kp$  e  $MRR$ ; e correlação moderada entre a  $Ct$  e  $Ra$ ; entre  $Tt$  e  $Ra$ ; entre  $Kp$  e  $Ra$ ; e entre  $MRR$  e  $Ra$ .

Em seguida, foi realizada a análise de componentes principais, conforme demonstra a Figura 2.

Principal Component Analysis: T; Ct; Tt; Kp; MRR; Ra						
Eigenanalysis of the Correlation Matrix						
Eigenvalue	4,8965	0,7201	0,2669	0,1159	0,0006	0,0000
Proportion	0,816	0,120	0,044	0,019	0,000	0,000
Cumulative	0,816	0,936	0,981	1,000	1,000	1,000
Variable	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6
T	0,403	-0,180	-0,806	0,234	0,317	-0,015
Ct	0,445	-0,160	-0,028	-0,284	-0,548	-0,627
Tt	0,446	-0,154	0,032	-0,295	-0,319	0,767
Kp	0,436	-0,107	0,419	-0,344	0,697	-0,135
MRR	-0,424	-0,018	-0,400	-0,805	0,105	-0,007
Ra	-0,265	-0,952	0,112	0,106	0,003	0,000

Figura 2 – EQMM: análise de componentes principais para o caso AISI 52100

Segundo os critérios de Kaiser (JOHNSON e WICHERN, 2002) para seleção do número de componentes principais significantes, o autovalor do componente principal deve ser maior que um e a variância acumulada superior a 80%. Pela análise realizada, pode-se observar que os dois primeiros componentes conseguem explicar, conjuntamente, 93,6% da variância acumulada. Dessa forma, a otimização sobre superfície de resposta formada pelas seis respostas pode ser reduzido a

dois componentes principais. Realizando-se uma análise de correlação entre os dois primeiros componentes principais e  $R_a$ , verificou-se que a rugosidade é melhor representada por  $PC_2$ . Adotando-se apenas  $PC_1$  para representar as seis respostas, a função objetivo poderia ser tendenciosa, não atribuindo à rugosidade a sua devida importância.

### 3.1 Análise de resultados

Após determinados os escores dos componentes principais,  $PC_1$  e  $PC_2$  foram também ajustados por meio do algoritmo dos mínimos quadrados ordinários. A Tabela 6 apresenta os modelos quadráticos completos para cada resposta e sua respectiva significância. Além disso, foi realizada uma análise de variância (ANOVA) para os modelos quadráticos completos de  $PC_1$  e  $PC_2$ . Os modelos quadráticos completos foram usados para todas as respostas, pelo fato de não se detectar falta de ajustes nos modelos. A análise foi executada utilizando unidades codificadas para eliminar quaisquer resultados estatísticos inapropriados, devido à possível existência de escalas diferentes de medição para os fatores. Um  $R^2$  elevado sugere uma adequada explicação do modelo adotado. A fim de se conter o aumento do erro e considerando o princípio da hierarquia e a significância individual de cada termo, um modelo completo de segunda ordem foi adotado para cada resposta.

Tabela 6 – Modelo quadrático completo para cada resposta

Termo	$PC_1$	$PC_2$	$T$	$C_t$	$T_t$	$K_p$	$MRR$	$R_a$
$b_0$	<b>-0,4758<sup>(1)</sup></b>	<b>0,672</b>	<b>7,9680</b>	<b>3,1160</b>	<b>4,1800</b>	<b>10,6220</b>	<b>3,7130</b>	<b>0,3560</b>
$V$	<b>-0,4569</b>	0,019	<b>-1,2510</b>	<b>-0,3320</b>	<b>-0,3180</b>	-0,2380	<b>0,3380</b>	0,0160
$f$	<b>-1,8452</b>	<b>-0,465</b>	<b>-2,3410</b>	<b>-1,3830</b>	<b>-1,4360</b>	<b>-2,5840</b>	<b>1,2380</b>	<b>0,1360</b>
$d$	<b>-1,5328</b>	<b>0,454</b>	<b>-1,6390</b>	<b>-1,3830</b>	<b>-1,4550</b>	<b>-2,8610</b>	<b>1,2380</b>	-0,0080
$V^2$	-0,0430	-0,154	0,2340	<b>-0,0060</b>	-0,0230	-0,1960	0,0000	0,0230
$f^2$	<b>0,3113</b>	<b>-0,626</b>	<b>1,5470</b>	<b>0,4570</b>	<b>0,4330</b>	0,2970	0,0000	<b>0,0700</b>
$d^2$	<b>0,3732</b>	-0,127	0,4220	0,4570	<b>0,4700</b>	<b>0,8220</b>	0,0000	0,0000
$Vf$	0,1413	0,116	0,7500	0,1210	0,0960	-0,1650	<b>0,1130</b>	-0,0260
$Vd$	-0,0288	<b>-0,361</b>	<b>0,0750</b>	0,1210	0,1260	0,2180	<b>0,1130</b>	<b>0,0500</b>
$fd$	<b>0,2788</b>	-0,016	0,6750	<b>0,4390</b>	<b>0,4390</b>	<b>0,5450</b>	<b>0,4130</b>	-0,0180
$R^2$ adj.	99,20%	85,00%	85,00%	99,10%	99,30%	97,20%	99,90%	89,10%

<sup>(1)</sup> – Os valores em negrito representam os termos significativos individuais ( $P\text{-value} < 5\%$ ).

Segundo o que demonstra a Figura 2,  $PC_1$  conseguiria explicar suficientemente a variância-covariância acumulada, sendo uma excelente opção para representação de uma função multiobjetivo. Embora exista uma notável explicação observada no primeiro componente principal, uma pobre correlação entre  $PC_1$  e  $R_a$  e uma forte e negativa correlação entre  $PC_2$  e  $R_a$  observadas, sugerem que  $PC_2$  deve também ser analisado. Assim sendo, a escolha de dois componentes principais pode ser responsável pela explicação de 93,6% da estrutura de variação das seis respostas em estudo. Neste caso ( $k = 2$ ), a média geométrica utilizada pelo método EQMM poderá tornar-se uma raiz quadrada.

Assim, um sistema de otimização não-linear pode ser escrito em termos do erro quadrático médio multivariado usando-se, adicionalmente, uma restrição esférica para os níveis dos fatores. Eq. (12) e (13). Esta restrição ( $\rho^2 = 2,667$ ) forçará a solução a cair dentro da região experimental.

$$\text{Minimizar} \quad EQMM_T = \sqrt{[(PC_1 - \zeta_{PC_1})^2 + \lambda_1] \cdot [(PC_2 - \zeta_{PC_2})^2 + \lambda_2]} \quad (12)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 = V^2 + f^2 + d^2 \quad (13)$$

Uma planilha do Microsoft Excel® com rotinas do Solver® foi construída para resolver o sistema. Depois de configurado o problema, os parâmetros dos Solver® foram fixados, considerando uma precisão de  $10^{-6}$ , com interações, estimativa quadrática, derivada adiante e método de Newton como linha de procura. A Tabela 9 demonstra os resultados obtidos.

Tabela 9 – Resultados obtidos pelo método EQMM

	$T$ min	$C_t$ min	$T_t$ min	$K_p$ \$/peça	$MRR$ cm <sup>3</sup> /s	$R_a$ $\mu m$	$V$ m/min	$f$ mm/rev	$d$ mm
EQMM	6,270	1,860	2,810	7,430	6,430	0,400	<b>217,736</b>	<b>0,0863</b>	<b>0,3424</b>
Limite superior	7,000	2,000	3,000	8,000	7,000	0,410	252,660	0,1158	0,3475
Alvo	6,500	1,600	2,600	7,300	6,300	0,400	220,000	0,0750	0,2250
Limite inferior	6,000	1,500	2,500	7,000	6,000	0,390	187,340	0,0342	0,1025

Quatro rodadas de confirmação foram executadas, verificando-se que os erros entre os valores reais e previstos para as seis respostas são consideravelmente pequenos.

Tabela 10 – Rodadas de confirmação

Resposta	Arestas de corte				Média	EQMM (Previsão)	Erro %
	1 <sup>a</sup> .	2 <sup>a</sup> .	3 <sup>a</sup> .	4 <sup>a</sup> .			
$T$	6,300	6,400	6,160	5,800	6,165	6,270	1,7%
$C_t$	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,860	5,6%
$T_t$	2,693	2,689	2,700	2,718	2,700	2,810	3,9%
$K_p$	7,131	7,070	7,220	7,468	7,222	7,430	2,8%
$MRR$	6,374	6,374	6,374	6,374	6,374	6,430	0,9%
$R_a$	0,435	0,430	0,430	0,420	0,429	0,400	-7,2%

#### 4. CONCLUSÃO

Como pôde ser observado pelo processo estudado, o EQMM, utilizado como critério de otimização, em problemas do tipo NTB, permitiu que se chegasse a valores próximos dos valores alvo, mantendo-se dentro das especificações e levando em consideração a influência da correlação existente entre as respostas. A otimização das respostas observadas pelo caso, foram obtidas a partir dos parâmetros fixados pelo método ( $V=217,736$ ;  $f=0,0863$ ;  $d=0,3424$ ). Sua aplicação em problemas de otimização de múltiplas características se mostrou, portanto, eficaz, demonstrando ser uma abordagem adequada e possível de otimização para problemas de múltiplos duais.

#### 5. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de expressar sua gratidão à CNPq, Capes e FAPEMIG, pelo seu apoio para realização deste trabalho.

#### 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- JOHNSON, R. A., WICHERN, D. W. “Applied multivariate statistical analysis”, New Jersey: Prentice-Hall Inc., 5 ed., 797p., 2002.
- KHURI, A. I., CORNELL, J. A. “Response surfaces: designs and analyse”, Marcel Dekker Inc, 2 ed, New York, USA, 510p., 1996.
- KÖKSALAN, M., PLANTE, R. D. “Interactive multicriteria optimization for multiple-response product and process design”, Manufacturing & Service Operation Management, v. 5, n. 4, p. 334-347, 2003.



- LIN, J. F., CHOU, C. C. “The response surface method and the analysis of mild oxidational wear”, *Tribology International*, v 35, pp. 771–785, 2002.
- LIN, D. K. J., TU, W. “Dual response surface optimization”, *Journal of Quality Technology* 27:34-39, 1995.
- MONTGOMERY, D. C. “Design and Analysis of Experiments”, Fourth ed., Wiley, New York, 2001.
- MONTGOMERY, D. C., RUNGER, G. C. “Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros”, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2 ed., p. 570, 2003.
- MYERS, R. H., MONTGOMERY, D. C. “Response Surface Methodology: process and product optimization using design of experiments”, 2 ed, Wiley – Interscience, New York, USA, 700p., 1995.
- PAIVA, A. P. “Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais em otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas correlacionadas”, Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UNIFEI, Itajubá, 2006.
- PAIVA, A. P., FERREIRA, J. R., BALESTRASSI, P. P. “A multivariate hybrid approach applied to AISI 52100 hardened steel turning optimization”, *Journal of Material Processing Technology*, n. 189, pp. 26-35, 2007.
- PAIVA, E. J. “Otimização de processo de manufatura de múltiplas respostas baseada em índices de capacidade”, Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UNIFEI, Itajubá, MG, 2008.
- PLANTE, R. D. “Process capability: a criterion for optimizing multiple response product and process design”, *IIE Transactions*, v. 33, n. 5, p. 497-509, 2001.
- RENCHER, A.C. “Methods of Multivariate Analysis”, John Wiley and Sons, 2 ed., 740p., 2002.
- VINING, G. G., MYERS, R. H. “Combining Taguchi and response surface philosophies: a dual response approach”, *Journal of Quality Technology* 22:38-45, 1990.